9.1. Millised antud funktsioonidest $y=f(x)$ on diferentsiaalvõrrandi $y'=2x$ lahendid?

a) $y=x^2$ b) $y=x^2+1$ c) $y=x^2-0{,}5$ d) $y=5x^2$

9.2. Näidata, et funktsioon $y=x^2+C$, kus C tähistab konstanti, on diferentsiaalvõrrandi $y'=2x$ lahend. Joonestada mõned integraaljooned.

9.3. Millised antud funktsioonidest $y=f(x)$ on diferentsiaalvõrrandi $y''-3y'+2y=0$ lahendid?

a) $y=e^x$ b) $y=e^{-x}$ c) $y=3^x$ d) $y=e^{0.5x}$
e) $y=e^x+4$ f) $y=4e^x$ g) $y=-7e^x$ h) $y=0{,}3\,e^x$

9.4. Millised antud funktsioonidest $y=f(x)$ on diferentsiaalvõrrandi $y''-3y'+2y=0$ lahendid?

a) $y=e^{2x}$ b) $y=e^{-2x}$ c) $y=e^{2x}-3$ d) $y=5e^{2x}$
e) $y=e^x+e^{2x}$ f) $y=2e^x-e^{2x}$ g) $y=0{,}4e^x+4e^{2x}$

9.5. Näidata, et funktsioon $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$, kus C_1 ja C_2 tähistavad konstante, on diferentsiaalvõrrandi $y''-3y'+2y=0$ lahend. Joonestada mõned integraaljooned.

9.6. Leida antud eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandi üldlahend. Joonestada mõned integraaljooned.

a) $dy=2dx$ b) $dy=\cos x\,dx$ c) $dy=\dfrac{dx}{x}$ d) $dy=e^x\,dx$

9.7. Leida antud eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandi üldlahend.

a) $\dfrac{1}{x^4}y'=1$ b) $yy'-x=5$ c) $xy'=x+1$ d) $y'=\dfrac{1}{y}$
e) $y'=2\sqrt{y}$ f) $xy'=y+1$ g) $y'-e^x+1=0$ h) $e^{2x}y'-x=0$

9.8. Leida diferentsiaalvõrrandi $y'=-\dfrac{1}{x^3}$ erilahend, mis rahuldab algtingimust $y(-1)=0$.

9.9. Leida diferentsiaalvõrrandi $y=y'$ erilahend, mis rahuldab algtingimust $y(2)=1$.

9.10. Leida diferentsiaalvõrrandi $(1+x^2)dy+y\,dx=0$ erilahend, mis rahuldab algtingimust $y(1)=1$.

9.11. Leida antud homogeense diferentsiaalvõrrandi üldlahend.

a) $y'=4+\dfrac{y}{x}$ b) $x\hat{y}'=x^{\wedge}+2y^{\wedge}$ c) $(x^2+2\hat{x}\hat{y})dx+\hat{x}\hat{y}^{\wedge}dy=0$

9.12. Leida diferentsiaalvõrrandi $xy\,dy=(x^2+y^2)dx$ erilahend, mis rahuldab algtingimust $y(1)=0$.

9.13. Leida antud lineaarse diferentsiaalvõrrandi üldlahend.

a) $y'-y=1$ b) $y'+3x^2y=2x\,e^{-x^3}$ c) $y'-y\sin x=\sin x$

9.14. Leida diferentsiaalvõrrandi $(1+x^2)y'+y=e^{-\arctan x}$ erilahend, mis rahuldab algtingimust $y(0)=-0{,}5$.

9.15. Leida antud diferentsiaalvõrrandi üldlahend.

a) $y''=\cos x$ b) $y''=2x-e^x$ c) $y'''=x^{-3}$

9.16. Leida antud diferentsiaalvõrrandi üldlahend.

a) $y''-y'=0$ b) $xy'''=y''$ c) $y''-2y'=4$

9.17. Leida diferentsiaalvõrrandi $y'''=\sqrt{x}$ erilahend algtingimustel $y(0)=0{,}3$, $y'(0)=-2$, $y''(0)=1$.

9.18. Leida diferentsiaalvõrrandi $y''=x^2-2$ erilahend algtingimustel $y(1)=1$, $y'(1)=0$.

Näidata, et toodud suvalistest konstantidest sõltuvad funktsioonid rahuldavad vastavaid diferentsiaalvõrrandeid:

Funktsioon.	Diferentsiaalvõrrand.
1. $y=\sin x-1+Ce^{-\sin x}$.	$\dfrac{dy}{dx}+y\cos x=\dfrac{1}{2}\sin 2x$.
2. $y=Cx+C-C^2$.	$\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2-\dfrac{dy}{dx}-x\dfrac{dy}{dx}+y=0$.
3. $y^2=2Cx+C^2$.	$y\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2+2x\dfrac{dy}{dx}-y=0$.
4. $y^2=Cx^2-\dfrac{a^2C}{1+C}$.	$xy\left[1-\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right]=(x^2-y^2-a^2)\dfrac{dy}{dx}$.
5. $y=C_1x+\dfrac{C_2}{x}+C_3$.	$\dfrac{d^3y}{dx^3}+\dfrac{3}{x}\dfrac{d^2y}{dx^2}=0$.
6. $y=(C_1+C_2x)e^{kx}+\dfrac{e^x}{(k-1)^2}$.	$\dfrac{d^2y}{dx^2}-2k\dfrac{dy}{dx}+k^2y=e^x$.
7. $y=C_1e^{a\arcsin x}+C_2e^{-a\arcsin x}$	$(1-x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2}-x\dfrac{dy}{dx}-a^2y=0$.
8. $y=\dfrac{C_1}{x}+C_2$.	$\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{2}{x}\dfrac{dy}{dx}=0$.

Integreerida järgmised eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandid.

9. $y\,dx-x\,dy=0$. *Vast.* $y=Cx$.
10. $(1+u)v\,du+(1-v)u\,dv=0$. *Vast.* $\ln uv+u-v=C$.
11. $(1+y)dx-(1-x)dy=0$. *Vast.* $(1+y)(1-x)=C$.
12. $(t^2-xt^2)\dfrac{dx}{dt}+x^2+tx^2=0$. *Vast.* $\dfrac{t+x}{tx}+\ln\dfrac{x}{t}=C$.
13. $(y-a)dx+x^2dy=0$. *Vast.* $(y-a)=Ce^{\frac{1}{x}}$.
14. $z\,dt-(t^2-a^2)dz=0$. *Vast.* $z^{2a}=C\dfrac{t-a}{t+a}$.
15. $\dfrac{dx}{dy}=\dfrac{1+x^2}{1+y^2}$. *Vast.* $x=\dfrac{y+C}{1-Cy}$.

Ülesandeis 1151—1155 näidata, et funktsioon on antud diferentsiaalvõrrandi lahend.

1151. $y=Cx^2e^{\frac{1}{x}}+x^2$, $x^2\dfrac{dy}{dx}+(1-2x)y=x^2$

1152. $y=\dfrac{x^3}{6}-\sin x+C_1x+C_2$, $y''=x+\sin x$.

1153. $y=C_1e^x+C_2-x-\dfrac{x^2}{2}$, $y''-y'=x$.

1154. $y=C\sin x-1$, $y'\tan x-y=1$.

1155. $y=xe^{Cx+1}$, $xy'=y\ln\dfrac{y}{x}$.

Ülesandeis 1156—1165 leida eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandi üldlahend ja joonestada mõned integraaljooned.

1156. $xyy'+1=x^3-x$.

1157. $y(x-1)y'-\dfrac{1}{y+1}=0$.

1158. $\dfrac{dy}{dx}=1$.

1159. $y\,dy+x\,dx=0$.

1160. $y\dfrac{dy}{dx}-x=0$.

1161. $x\dfrac{dy}{dx}=y(y-1)$.

1162. $x(x+1)\dfrac{dy}{dx}+y=y^2$.

1163. $x(yy'-x+1)=-1$.

1164. $(x+1)dy+(2-y)dx=0$.

1165. $2yy'\cos x=1$.

Ülesandeis 1166—1170 leida eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandi üldlahend ja erilahend, mis rahuldab algtingimust.

1166. $y(x^2-1)y'=xy^2+x$, $y(2)=-1$.

1167. $\dfrac{dy}{dx}=e^{x+y}$, $y(0)=0$.

1168. $y^2\dfrac{dy}{dx}+2x=1$, $y(2)=-1$.

1169. $xy\,dy+(x^2-1)dx=0$, $y(1)=0$.

1170. $y'=\dfrac{1+y^2}{1+x^2}$, $y(0)=1$.

Integreerida järgmised homogeensed diferentsiaalvõrrandid.

39. $(y-x)dx+(y+x)dy=0$. *Vast.* $y^2+2xy-x^2=C$.
40. $(x+y)dx+x\,dy=0$. *Vast.* $x^2+2xy=C$.
41. $(x+y)dx+(y-x)dy=0$. *Vast.* $\ln(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}-\arctan\dfrac{y}{x}=C$.
42. $xdy-ydx=\sqrt{x^2+y^2}\,dx$. *Vast.* $1+2Cy-C^2x^2=0$.
43. $(8y+10x)dx+(5y+7x)dy=0$. *Vast.* $(x+y)^2(2x+y)^3=C$.
44. $(2\sqrt{st}-s)dt+t\,ds=0$. *Vast.* $te^{\sqrt{\frac{s}{t}}}=C$ või $s=t\ln^2\dfrac{C}{t}$.
45. $(t-s)dt+t\,ds=0$. *Vast.* $te^{\frac{s}{t}}=C$ või $s=t\ln\dfrac{C}{t}$.
46. $xy^2dy=(x^3+y^3)dx$. *Vast.* $y=x\sqrt[3]{3\ln Cx}$.
47. $x\cos\dfrac{y}{x}(y\,dx+x\,dy)=y\sin\dfrac{y}{x}(x\,dy-y\,dx)$. *Vast.* $xy\cos\dfrac{y}{x}=C$.

Integreerida järgmised homogeenseiks teisenduvad diferentsiaalvõrrandid.

48. $(3y-7x+7)dx-(3x-7y-3)dy=0$. *Vast.* $(x+y-1)^5(x-y-1)^2=C$.
49. $(x+2y+1)dx-(2x+4y+3)dy=0$. *Vast.* $\ln(4x+8y+5)+8y-4x=C$.
50. $(x+2y+1)dx-(2x-3)dy=0$. *Vast.* $\ln(2x-3)-\dfrac{4y+5}{2x-3}=C$.

Integreerida järgmised lineaarsed diferentsiaalvõrrandid.

57. $y'-\dfrac{2y}{x+1}=(x+1)^3$. *Vast.* $2y=(x+1)^4+C(x+1)^2$.
58. $y'-a\dfrac{y}{x}=\dfrac{x+1}{x}$. *Vast.* $y=Cx^a+\dfrac{x}{1-a}-\dfrac{1}{a}$.
59. $(x-x^3)y'+(2x^2-1)y-ax^3=0$. *Vast.* $y=ax+Cx\sqrt{1-x^2}$.
60. $\dfrac{ds}{dt}\cos t+s\sin t=1$. *Vast.* $s=\sin t+C\cos t$.
61. $\dfrac{ds}{dt}+s\cos t=\dfrac{1}{2}\sin 2t$. *Vast.* $s=\sin t-1+Ce^{-\sin t}$.
62. $y'-\dfrac{n}{x}y=e^xx^n$. *Vast.* $y=x^n(e^x+C)$.
63. $y'+\dfrac{n}{x}y=\dfrac{a}{x^n}$. *Vast.* $x^ny=ax+C$.
64. $y'+y=\dfrac{1}{e^x}$. *Vast.* $e^xy=x+C$.
65. $y'+\dfrac{1-2x}{x^2}y-1=0$. *Vast.* $y=x^2(1+Ce^{\frac{1}{x}})$.

9.1. a) b) c)
9.3. a) f) g) h)
9.4. a) d) e) f) g)
9.6. a) $y=2x+C$ b) $y=\sin x+C$ c) $y=\ln x+C$ d) $y=e^x+C$
9.7. a) $y=\dfrac{1}{5}x^5+C$ b) $y^2=x^2+10x+C$ c) $y=\ln|x|+x+C$
d) $y^2=2x+C$ e) $\sqrt{y}=x+C$ f) $y=Cx-1$ g) $y=e^x-x+C$
h) $y=-0{,}25e^{-2x}\cdot(2x+1)+C$
9.8. $y=\dfrac{1}{2}(x^{-2}-1)$
9.9. $y=e^{x-2}$
9.10. $y=e^{\frac{\pi}{4}-\arctan x}$
9.11. a) $y=x(\ln x^4+C)$ b) $y=Cx^2-x$ c) $\ln|C(x+y)|+\dfrac{x}{x+y}=0$

9.12. $y^2=x^3\ln x^2$
9.13. a) $y=Ce^x-1$ b) $y=e^{-x^3}(x^3+C)$ c) $y=Ce^{-\cos x}-1$
9.14. $y=(\arctan x-0{,}5)e^{-\arctan x}$
9.15. a) $y=-\cos x+C_1x+C_2$, b) $y=\dfrac{1}{3}x^3-e^x+C_1x+C_2$
c) $y=\dfrac{1}{2}(\ln|x|+C_1x^2)+C_2x+C_3$
9.16. a) $y=e^{x+C_1}+C_2$ b) $y=C_1x^3+C_2x+C_3$ c) $y=C_1e^{2x}-2x+C_2$
9.17. $y=\dfrac{8}{105}x^{\frac{7}{2}}+\dfrac{x^3}{2}-2x+0{,}3$
9.18. $y=\dfrac{1}{12}x^4-x^3+\dfrac{5}{3}x+\dfrac{1}{4}$

1156. $y^2=x^2-2x-2\ln|x|+C$.
1157. $\dfrac{y^3}{3}+\dfrac{y^2}{2}=\ln|x-1|+C$.
1158. $y=x+C$.
1159. $y^2+x^2=C$.
1160. $y^2-x^2=C$.
1161. $y=\dfrac{1}{1+Cx}$.
1162. $(y-1)(x+1)=Cxy$.
1163. $y^2=x^2-2x-2\ln|x|+C$.
1164. $y-2=C(x+1)$.
1165. $y^2=\ln\left|\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{x}{2}\right)\right|+C$.
1166. $1+y^2=C(1-x^2)$, $C=2$.
1167. $e^{2x}+e^{-y}=C$, $C=2$.
1168. $y=\sqrt[3]{C+3x(1-x)}$.
1169. $x^2+y^2=\ln Cx^2$, $x^2+y^2=2\ln x+1$.
1170. $y=\dfrac{1+x}{1-x}$.