

Matemaatika ajalugu

Sven Laur

1 Matemaatika ajaloo ajalugu

4. saj. e.m.a. Eudemos Rhodoselt " Geomeetria ajalugu"

18.saj. Montucla "Kvadratuuri probleemi ajalugu", "Matemaatikaajalugu I-IV"

19. saj. Moritz Cantor "Matemaatika ajalugu I-IV "

Zeuthen "Koonuslõigete ajalugu"

Tannery "Matemaatika ajalugu"

2 Periodiseering

5 miljonit aastat tagasi Inimasustuse teke.

4 at. e.m.a. Babüloonia matemaatika teke.

3 at. e.m.a. Egiptuse matemaatika teke.

6. saj. e.m.a 17. saj Elementaar matemaatika väljakujunemine.

3. saj. e.m.a. Eukleidese "Elemendid I-XII".

2. saj. e.m.a. Kümnenndmõõdustik Hiinas.

6.-7. saj Nulli teke Indias.

876. a. Araabia numbrite jõudmine Euroopasse.

9. saj Klassikute tõlked kreeka keelest araabia keelde(Bagdad).

9.-13. saj algebra areng Hiinas.

1085. a. Toledo langemine kristlaste kätte.

11.-14. saj Klassikute tõlked araabia keelest ladina keelde.

12.-14. saj Kümnenndmõõdustik juurdumine Euroopas.

1620.-1630. a. Muutuvate suuruste perioodi algus.

1825. a Muutuvate suuruste perioodi lõpp.Matemaatika kriis.

19. saj Tulemuste revideerimine. Hulgateooria(Cantor).Lobat'sevski hüperboolne ja Riemanni elliptiline geomeetria.Abeli rühmad ja Calouis' korpused.

3 Arvu ja numeratsiooni süsteemid

3.1 arvusüsteemid

Liitmisprintsii: $21=20+1$; Eesti ja vene keel

Lahutamispriintiip: kah-deksan =10-2, ühdeksan=10-1

Multiplikatiivsusprintsiiip kümmetuhat=10*1000

Algoritmilised arvud

3.2 Numeratsiooni süsteemid

3.2.1 Hieroglüüfilised süsteemid

Vana-Egiptuse

Vana-Kreeka e. Atika

Vana-Rooma $1 \equiv I5 \equiv V50 \equiv L100 \equiv C500 \equiv D1000 \equiv M$

3.2.2 Alfabeetilised süsteemid

Joonia süsteem 5. saj. ema $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}, \dots$

Slaavi ja grusiinia süsteemid

3.2.3 Positsioonilised süsteemid

Babüloonia süsteem 2. at e.m.a.

Maiade süsteem 1.saj

India-Araabia süsteem 6.-8. saj.

4 Vana-Egiptuse matemaatika(3. at. e.m.a - 8. saj. e.m.a.)

1858. a. Rhindi papüüirus(84 lakoonilist ülesannet koos lahendustega)

1893. a. Moskva papüüirus

Allikvootsed murrud $\frac{m}{n} = \frac{1}{n_1} + \dots + \frac{1}{n_k}$

Hulgaülesanded $x + ax + bx + \dots = p$

Aritmeetilised ja geomeetrilised progressioonid

V,S Kolmnurk, ruut, ristkülik, silinder, prisma, ristahukas, tüvipüramiid(ruut)

Ligikaudne nelinurga pindala valem $S = \frac{a+b}{2} \frac{c+d}{2}$

Pytagorase kolmik 3, 4 ja 5

$\pi \approx 4\left(\frac{8}{9}\right)^2$

5 Babüloonia matemaatika(4.at. -336. a e.m.a)

4. at. e.m.a. Kiilkiri, 60-ndsüsteem

2. at I pool e.m.a. Matemaatilised savitahvlid: 150 puhas matemaatika ja 200 tabelid. Dežifreeriti 20. saj. Neugenbaueri poolt.

Aritmeetilised ja geomeetrilised progressioonid Summa ja üldliikme arvutamise valemid.

protsentülesanded

Võrrandid ja võrrandisüsteemid 1,2,3 astme võrrandid ja võrrandisüsteemid

Ruutvõrrandi lahend $x^2 + q = px \rightarrow x = \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

Ruutjuure valem $\sqrt{a^2 + r} \approx \frac{r}{2a}$

$\pi \approx 3\frac{1}{8}$

Pythagorase teoreem

Kolmnurga jaotamine $S_1 = S_2 \rightarrow a_2 = \sqrt{2}a_1, S_1 = S_3 \rightarrow a_1^2 + a_2^2 = a_3^2, S_2 = S_3 \rightarrow 2a_2^2 = a_1^2 + a_3^2$

Babüloonia arvud $a_1 = n - m, a_2 = k, a_3 = n + m, n^2 + m^2 = k^2 \text{ mid } 1, 5, 7; 7, 13, 17; 17, \dots$

Koorapärased hulktahukad

6 Vana-Kreeka matemaatika(8. saj e.m.a. -529. a.)

6.1 Arhailine periood(8.-6. saj. e.m.a)

8-7. saj e.m.a. Faktid ja üksikülesanded

7-4. saj e.m.a. Matemaatika muutumine deduktiivseks teaduseks

7-6. saj e.m.a. Thalese koolkond

indent Thales(624-547 e.m.a.) sündis Mileetoses kaupmehe pojana. Egiptuses õppis. Stiihiline materjalist.

- Astronoomia ja matemaatika. Päikesevarjutuse ennustus -585. e.m.a.
- Võrdhaarse kolmnurga alusnurgad on võrdsed.
- Diameetrile toetuv piirdenurk on täisnurk.
- Diameeter poolitab ringjoone.
- Kolmnurkade võrdsus NKN.
- Tipunurkade võrdsus.

6-5. saj e.m.a. Pythagorase koolkond

indent Pythagoras(-572-500. e.m.a.) sündis Samose saarel. Lahkus Samose saarelt Grotano linna Itaalias, kus lõi koolkonna

- Arv kui maailma alus.
- Muusikateooria ja harmoonia 6:4:3
- Kolm-, neli- ja viisnurksed arvud.
- Püramiidarvud ja kuuparvud.
- Lineaarsed, tasandilised ja ruumilised arvud.
- Jaguvus: algarvud ja kordarvud.
- Sõbralike arvud (220,284)(Hiljem teg. Fermat, Euler, Paganini)
- Täiuslikud arvud 6, 28, 496, ...
Euler $2^n - 1$ $\rightarrow 2^{n-1}(2^n - 1)$ on täiuslik
- Pytagorase kolmikute valem $(n^2 - 1)^2 + (2n)^2 = (n^2 + 1)^2$,
Euler $(xi^2 - eta^2)^2 + (2xieta)^2 = (xi^2 + eta^2)^2$
- Aritmeetilised, geomeetrilised ja harmoonilised regressioonid ja keskmised.
- 1 ja $\sqrt{2}$ ühismõõdutus e. irratsionaalsus.
- Geomeetiline algebra: +, -, \cdot , :, geomeetiline keskmine, paraboolsed, elliptilised ja hüperboolsed ülesanded.-

6.2 Klassikaline periood(6 saj.-336. e.m.a)

5. saj e.m.a. Varajane Pytagorase koolkond Ateenas

- Liikumise võimatus poolitamise abil.
- Achilleus ja kilpkonn.
- Seisev nool.

4-5 saj. e.m.a. Plaatoni koolkond

indent Platon(427-347 e.m.a.) õppis Sokratese ja Theodorase juures. Avas 387. e.m.a. Platoni akadeemia:

- Eudoxos
- Teetetos
- Aristoteles(Loog. ded. süstematiseerimine)
- Hippokrates — esimene süstematiseeritud geomeetria õpik ja kuud 2:1.

Konstruksiooni probleemid • Kuubi kahekordistamine

Hipokratese lahendus suhete abil $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$

- Nurga trisektsioon
Vahelesobitamise meetod. Nikomedese konhoid(3. saj e.m.a.) $l = 2mid \times Qmid$
- Ringi kvadratuur
Lahend kvadratrissi ja ümbeermõõdu kaudu. Euler tõi sisse π , Lambert näitas π $\notin \mathbb{Q}$, Lindemann π on transendentne.
- Kuukeste pindala 1:2, 1:3, 2:3 Hippos; Bernulli(18. saj.)5:1, Vallenius(18. saj) 5:3. 1930. Tsebõtarjov näitas, et rohkem pole.

Eudoxose(408-355 e.m.a.) tulemused • Suhete teooria

$$a : b \text{Leftrightarrow exists } n : bm < a$$

$$a : b = c : d \text{Leftrightarrow for all } m, n : na \Leftrightarrow mb \text{Leftrightarrow } nc \Leftrightarrow md$$

$$a : b > c : d \text{Rightrightarrow exists } n, m : ma > nb \text{ and } mc < nd$$

19. saj täiendavad teooriat Dedekin ja Cantor.

- Ammendamise meetod

6.3 Hellenistlik periood(336 e.m.a.-529 m.a.)

3. saj. e.m.a Eukleidese koolkond Alexandrias Eukleidese(365-300 e.m.a.) "Elementid"

1. Kolmnurgad, paralleelsed sirged ja rööpkülilid. Definitsioonid. Aksiomid ja postulaadid(5)
2. Geomeetriline algebra.
3. Ringjooned ja nendega seotud nurgad.
4. Korrapärased hulknurgad
5. Proportsiooniteooria
6. Sarnasusprobleemid
7. üldine jaguvus teooria
8. Algaarvud ja kordarvud
9. Paaris ja paaritud arvud.
10. Irratsionaalsused
11. Elementaarstereomeetria
12. Keeruliste kehade ruumalad ja pindalad
13. Sfäärid ja Platoni kehad

287-218 e.m.a. Arcimedes sündis Sürakruusa linnas õukonnaastronoomi pojana. Käis Aleksandrias õppimas, õpetajad Erast 'Aristothenes ja Konon. Oli praktik. Säilinud 5 tööd:

- "Pindade tasakaalust I-II"
- "Ujuvatest kehast I-II"
- "Optika"
- "Psammit"
- "Ringi arvutus" — $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$
- "Spiraalidest" — $varrho = avarphi$
- Parabooli segmendi arvutus — $S = \frac{4}{3}S_{DeltaABC}$
- "Konoididest ja sfäroididest" — $\frac{SKera}{SSilinder} = \frac{VKera}{VSilinder} = \frac{2}{3}$
- Ruutvõrrandi lahenduvus — puutuja

260-170 e.m.a Apollonius sündis Perga linnas. suhtles eukleidese õpilastega.
Astronoomia — epitsükloidid.

”Koonilised lõiked”

- Uuris topeltkoonuse ja tasandi lõikeid
- Andis KL võrrandi afiinsetes kordinaatides
- Apolloniuse kanooniline nelik
- E,H,P klassifikatsiooni invariantisus
- Kaasdiameetrid, puutujad, hüperbooli asümptoodid
- Fookuste omadused
- Lõiked omavahel
- pindalad

Lisaks algebra ül. klassifikatsioon, irratsionaalsuste klassifikatsioon

3-1. saj e.m.a. Antiikmatemaatika langusaeg (Epigonism)

Zenodor (3. saj. e.m.a.) isoperimeetiline ülesanne: $max_{P=const} S = S_{Ring}, V_{Pöördkehale} \leq V_{kera}$.
Nikomedes (2-1 saj. e.m.a.) konhoid, Diokles (1. saj e.m.a.) tsissoid $x^3 = (a-x)y^2$

1-3 saj. Antiikmatemaatika renessanss.

- Hipparchos (1. saj) — kõõlude tabelid (12. kd.) (ring=360°) *irc*
- Ptolemaios — $fe = ab + cd$, ”Almagest”, stereograafiline projektsioon.
- Menelaos sfääriline trigonomeetria
- Heron — ”Meetrika” (mat. käsiraamat), Heroni valem, Ruutjuure lähendamisvalem.
- Diophantos (3. saj). Sükoopiline algebra $x \equiv xi, x^2 \equiv Delta^y, x^3 \equiv K^y, x^4 \equiv Delta^y Delta, - \equiv \Delta$. Alg võrrandite lahendamise teooria (I, II, III, lihtsamad VS)

3-6 saj. Kommentaatorid

- Pappos (3. saj.): Eukleides, Ptolemaios
- Theon & Hypatya (4-5 saj): Appolonius, Diophantos
- Proklos (5. saj.): Tales – Eukleides
- Eudocius (6. saj.): Arcimedes*, Appolonius*

7 Vana-Hiina matemaatika (6 .saj e.m.a.-14. saj.)

Hieroglüüfiline 10-nd süsteem $1 \equiv I, \dots, 5 \equiv IIII, 6 \equiv \bar{I}, \dots, 10 \equiv -, \dots, 50 \equiv \underline{underte}, \dots, 100 \equiv I$

2. saj e.m.a.a Kümnenpikkusmöödustik $chi=10cun, 1chun=10 fen, 1 fen=10le$

2. saj e.m.a. ”Matemaatika üheksa raamatut” (dogmaatiline)

1. Põldude mõõtmine(S, arvud, murrud)
2. Vahekorrad teraviljade vahel(V,m)
3. Jaotamise küsimused(võrdelised suurused)
4. "Shao guang" (meetodid $\sqrt{}$, $\sqrt[n]{}$ arvutamiseks)
5. Arvutusi ehituste jaoks
6. Maksude jaotamine(võrdeline jaotamine)
7. Lineaarsed võrrandid ja 2 tund. võrrandisüsteemid — lahendamine liia ja puuduga(kõõlude meetod)
8. 5 tund. LVS lahendamine Gaussi meetodil(neg. arvud)
9. Geomeetria($\pi \approx \sqrt{10}$)

8.saj. Nulli tulek Hiinasse.

9-13 saj. algebra areng

1247. a. "Chin chin-shao"(9 arvutuskunsti osa)

indent lin.võr ja LVS lahendamismeetodid, Horneri meetod.

noindent "Chu shi-jie"(4 elemendi väärispeegel) Pascali kolmnurk

8 Vana-India matemaatika(7. saj e.m.a.-13. saj.)

7-5. saj e.m.a. "Sulvasutras"(reeglid nõõridelt)—Pytagorase kolmikud, geomeetria

5. saj e.m.a. "S urya Siddh 'anta"(teadmisi päikesesest)

5.saj Positsiooniline 100-nd süsteem.

5. saj. "Pa nca Siddh antika" — trigonomeetria, siinuste tabel($\sin x^2 + \cos x^2 = 1$, $\sin x/2$)

5. saj. " -Aryabatia"(astronoomia, 3 peatükki)

1. peatukk: S,V; $\sqrt{}$, $\sqrt[3]{}$, \sin tabelid

6-7 saj. Nulli teke.

628 Brahmagupta "Täiustatud arvutus süsteem"(21 ptk.)

12,18: määramata võrrandid $ax + by = c$, $y^2 = ax^2 + 1$

1150 Bhaskara "Astronoomiliste süsteemide diadeem"(kokkuvõte olnust) 18. saj colebroock Inglise keelde;Lilavati(arit.),Viljaganita(alg.)

9 Araabia matemaatika(622-15.saj

7-9. saj Vallutuste aeg

830. a. Tarkuste maja Bagdadis — Klassikute tõlkimine araabia keelde

780-850 Al-Horesmi(5 tööd)

1. Aritmeetika — araabia numbrid, 60-nd murrud, hinduarvutusalgoritm
2. Algebra — ruutvõrrandite lahendamine(ret.alg.) $ax^2 = c$, $ax^2 = bx$, $bx = c$, $ax^2 + bx = c$, $ax^2 + c = bx$, $bx + c = ax^2$ geomeetriliselt
3. Astronoomia
4. Geograafia
5. Kalender

1048-1128 Omar Al-Haijam "Al-d žebri ja al-mukabala" — kuupvõrrandite klassifikatsioon (14)

"Kommentaariid eukleidese rasketele raamatutele"

15. saj. Al-Kashi(Samarkand) "Aritmeetika võti" 60-nd süsteem 10-nd, üleminek;"Traktaat ringjoonest" π 7 õiget 60-nd kohta murrud

15. saj. Nasiredin Al-Fasi Tasandiline ja sfääriline geomeetria siinused

10 Matemaatika keskaegses Euroopas(5-15 saj.)

5-10. saj õpikute tegemine

- Rooma Boetius "Aritmeetika ja algebra"
- Inglismaa Bede(7-8 saj.) & Alguin (8-9. saj)
- Prantsusmaa Gerbert(10. saj.) — pos. 10-nd süsteem

11-14 saj. Klassikute tõlked arrabi, heebria, kreeka ladina keelde

1175-1250 Fibbonacci(Itaalia)

- "Liber abaci"(15 osa)(1202;1228) Ararbia numbrisüsteem, retooriline algebra, progressioonid ja fib. arvud, lin. võr, ruutvõrrandid kuupvõrrandid, Pythagorase teoreem
- "Practice geometriae"(1220) V,S,Eukleidese ja Arcimedese kommenteerimine
- "liber quadroatorium"(1225)Arvuteooria alged $x^2 + 5 = q^2$, $x^2 - 5 = p^2$, p, q in \mathbb{Q} , $X = \frac{41}{12}$

14. saj. Nicole Oresme —5 osaline algebraalne töö; Aristoteklese tõlkija; murdulised astendajad; punktide kordnaadid; rida $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots$

14. saj. Brandwardine — spekulatiivne matemaatika

- 1495. a.** Esimene trükitud matemaatika raamat
- 1436-1476** Regiomontanus Königsberg —Ptolemaiuse "Almagest" ,Appoloni-
nius, Arcimedes, 1464 "Tasandiliste ja sfääriliste kolmneurkade teooria"
- 15. saj** Nicolas Chuquet —1484 3osaline aritmeetika raamat(neg astendajad ja
0 sastendaja, süngoopiline algebra)
- 1485** +- Jan Wideman
- 1514** +- Van der Hoecke
- 1525** $\sqrt{\sqrt[3]{}}$ Christopher Rudof "Die Coss"
- 1553** Mickael Stiefel — log. alged, pos ja neg arvud
- 1557** <, =, > inglismaal
- 1585** Simon Stevin 10-nd murrud

11 16. sajandi matemaatika

- 1515** Sipone del Ferro $x^3 + mx = n$
- 1535** Antonio Fiori contra Tartaglia $x^3 + mx^2 = n, x^3 = n + mx$
- 1545** Cardano "Arc magna" $x^3 + mx = n$
- 1575** Rafael Bombelli i
Luigi Ferrari IV \rightarrow III
- 1540-1603** Francois Viète
- 1579 "Kolmnurga arvutus" — süsteemne trig raamat
 - 1591 "In artem analytical isagoge" — sümbolalgebra
 - 1593 $\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}}(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \dots)$

12 17-18 sajandi matemaatika

12.1 Logaritmi kujunemine

- Jaohannes Verner trig. lihtsustusvalemid
- Stevin tabel $(1 + r)^n, r = 0,05$
- Bürgi & Kepleri tabelid
- 1620** $a(1 + r)^n$ 9-kohalised tabelid
- 1614** John Napier "Imapäraste logaritmine kirjaldus" $a = 1/e$
- 1617** Brigs kümnendlogaritmid tabelid
- 1620** Günter logaritmiline lükati
- 1623** Schickardi arvutusmasin
- 1642** Pascali arvutusmasin

12.2 Analüütiline geomeetria

Rene Descartes(1596-1650) & Pierre Fermat(1601-1665)

1637 Descartes "Arutlusi meetodist" Lisad: "Optika", "Meteooride liikumine", "Geomeetria" — sümbolalgebra, ristkoordinaadid, joon \rightarrow võrrand, $ax^m + by^n = 0$, Besout' teoreem, puutuja.

1629 Fermat tuletis

1637 Fermat "Geomeetria" — Viète algebra, võrrand \rightarrow joon, Fermat hüperbool, parabool, spiraal, Agnese kihar $y(a^2 + x^2) = a^3$

1713-1765 Clairault analüütiline geomeetria \rightarrow dif.geomeetria

18.saj Monge kujutav geomeetria

Projektiivne geomeetria Desargues(1591-1662) & Pascal(1623-1662)

12.3 Integraal ja diferentsiaalvutus

1615 Kepler "Veinivaatide arvutus"

1635 Cavalieri "Jagamatute geomeetria"

Toricelli, Fermat, Pascal & Barrow $\int x^{m/n} dx$, $\int \sin x dx$, $\int \sin^2 x dx$, $\int x \sin x dx$

1629 Fermat $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

1655 Wallis — koonuslõiked, süstematiseeritud read, ∞

1669 Barrow "lectories opticae et geometricae" — dif. kolmnurk ja $\frac{d}{dx} \int_0^x f(x) dx = f(x)$

1670 Newton "Fluktsioonide ja lõpmata ridade meetod" — \dot{y}

1687 Newton "Looduse filosoofia matemaatilised probleemid"

1674-76 Leibnitz MA põhimõisted — \dot{y} , dy dif. võrrandid

1696 L'Hospital I MA õpik